УДК 621.3

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ГАРМОНИЧЕСКОГО БАЛАНСА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ПОНИЖЕНИЯ ПОРЯДКА

MODIFICATION OF THE HARMONIC BALANCE METHOD USING MODEL ORDER REDUCTION METHODS

А.П. ПАПУЛИНА – магистрант, Институт информационных технологий и радиоэлектроники, кафедра ВТ и СУ, группа ВТм-115, E-mail: annapapulina@yandex.ru

A.P. PAPULINA – undergraduate, Vladimir state university, E-mail: iivanov@vlsu.ru

В.Н. ЛАНЦОВ – научный руководитель, профессор, д.т.н., Институт информационных технологий и радиоэлектроники, кафедра ВТиСУ, E-mail: lantsov@vlsu.ru

V.N. LANTSOV – professor, doctor of technical sciences, Vladimir state university, E-mail: lantsov@vlsu.ru

Аннотация: Описан новый алгоритм для метода гармонического баланса, используемого в САПР электроники. В его основе лежит применение к уравнениями гармонического баланса идей методов понижения порядка. Новый алгоритм позволяет уменьшить вычислительные затраты и сократить память ЭВМ для хранения уравнений модели.

Abstracts: A new algorithm for the harmonic balance method used in CAD electronics is described. It is based on the application of model order reduction methods ideas to the equations of harmonic balance. The new algorithm allows to reduce computational costs and reduce the size of memory for storing model equations.

Ключевые слова: метод гармонического баланса, САПР электроники, понижение порядка моделей, алгоритм решения.
Keywords: harmonic balance method, electronic CAD systems, model order reduction, algorithm of solving.

Метод гармонического баланса (ГБ) – популярный метод, используемый при моделировании ВЧ и СВЧ и анализе периодических сигналов в установившемся режиме нелинейных схем устройств в частотной области. Но у него так же есть недостатки при применение метода ГБ в программах анализа – требуются значительные затраты памяти ЭВМ и времени при моделировании, причём уже для относительно небольших схем и тем более – для содержащих тысячи электронных компонентов и сотни тысяч уравнений [1].

Один из подходов к формированию уравнений баланса основан на применении первого закона Кирхгофа для узловых уравнений – он применяется для каждой спектральной составляющей.

Нелинейное устройство описывается системой нелинейных итегро-дифференциальных уравнений

$$f(v(t),t) = i(v(t)) + \frac{dq(v(t))}{dt} + \int_{-\infty}^{t} y(t-\tau)v(\tau)d\tau + i_E(t) = 0 \qquad (1)$$

где $v(t)$ – вектор узловых напряжений размерностью N;

$i(v(t))$ – вектор тока резистивных элементов;

$q(v(t))$ – заряд конденсаторов;

$u(t)$ – токи входных источников;

$y(t)$ – импульсная характеристика линейной части схемы;

i и q представляют только нелинейные элементы [2, с.180].

В методе ГБ предполагается, что v и f (1) представляются в виде ряда Фурье

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k) e^{j\omega_k t}, \qquad (2)$$

где $\omega_k = k\lambda$ и $\lambda = 2\pi/T$ – базовая частота.

Поэтому уравнение (1) можно преобразовать в систему нелинейных уравнений, которую можно записать в векторной форме

$$F(V) = I(V) + \Omega Q(V) + YV + I_E = 0, \qquad (3)$$

где $F(V)$, $I(V)$, $Q(V)$, V, I_E – векторы размерностью $[(2K+1)\times N]$, содержащие спектр в каждом узле схемы;

Y – блочная матрица;

Ω – блочно-диагональная матрица, $\Omega_{nn}\{-j\omega_K, \ldots, 0, \ldots, j\omega_K\}$, K – число учитываемых гармоник [2, с.180].

Уравнения ГБ (2) чаще всего решаются итерационным методом Ньютона

$$J(V^j)\Delta V^{j+1} = -F(V^j), \qquad (4)$$

где $J(V^j) = \frac{\partial F}{\partial V}\Big|_{V^j}$ – Якобиан;

$\Delta V^{j+1} = (V^{j+1} - V^j)$ – приращение.

Размерность матрицы Якоби ($[(2K+1)\times N]\times[(2K+1)\times \mathrm{N}]$) – т.е по сравнению с исходными дифференциальными уравнениями их число увеличивается в $2K+1$ раз. Она является слишком большой при использовании данного метода для сложных многокомпонентных схем, поэтому и появляются излишние затраты памяти и вычислений [1].

Для того чтобы уменьшить траты ресурсов ЭВМ, есть возможность использовать методы понижения порядка моделей (*model order reduction*, *MOR*), цель которых является сокращение порядка через выделение важнейших динамик системы и их учёте в компактной модели – получается уменьшение сложности для анализа динамического режима, за

счёт снижения размерности уравнений. Проблемы методов *MOR* при применении к моделированию связаны с незначительными сокращениями общих вычислительных затрат [2, с. 179].

Т.е в методе ГБ для исходной (1) переменной модели $v(t)$ происходит замена на новую – $v^{r\cdot}(t)$, связанных соотношением

$$v(t) = P \times v^{r\cdot}(t)\ , \qquad (5)$$

где P – вектор (матрица) преобразований.

Вектор P можно получить с помощью одного из трех методов:

– метод согласования моментов;

– метод ограниченной балансной реализации;

– метод разложения на основе сингулярных значений (*Singular Value Decomposition*, *SVD*) [3].

Для решения уравнений гармонического баланса в работе [4] был предложен следующий метод с использования алгоритмов *MOR* – оно выполнялось методом Ньютона с продолжением по параметру. При такой постановке задачи может быть применен только метод согласования моментов, что привело к незначительному снижению времени вычислений и необходимой памяти.

После исследования данного вопроса, можно предложить алгоритм для модификации метода гармонического баланса, который заключается в представлении решения уравнений ГБ (3) в виде [2, с.181]

$$V = V^{0} + P_1 \cdot P_2^{T}\ , \qquad (6)$$

где V^{0} – некоторое начальное приближение;

P_1 – матрица преобразований, имеет размерность [N×R];

P_2 – матрица преобразований, имеет размерность $[(2K+1)\times R]$;

R – сокращенная размерность уравнений, $R<<N$, $R<<(2K+1)$.

Для нахождения матриц P_1 и P_2 решаются итерационно следующие уравнения:

$$P_1^{k+1} = P_2^{-1} Y V^0 + Y P_1^k + P_2^{-1} I (V^0 + P_1^k P_2^T) - P_2^{-1} I_E \quad (7)$$

$$P_2^{k+1} = P_1^{-1} Y V^0 + Y P_2^k + P_1^{-1} I (V^0 + P_1 P_2^k) - P_1^{-1} I_E \quad (8)$$

Здесь k – номер итерации, первые и последние слагаемые в выражениях (7) и (8) вычисляются до начала итераций и являются постоянными, V^0 – вектор начального приближения.

Размерность уравнений (7) и (8) составляет R – т.е. значительно меньше чем для исходных уравнений [2, с.181].

Таким образом, была представлена модификация метода гармонического баланса. Дальнейшие исследования для неё связаны:

– с решением вопроса вычисления производных для уравнений (7) и (8), для того чтобы применить метод Ньютона;

– с поиском решения оптимизации значения R на основе быстрого метода *SVD*;

– определения значений V^0.

Список используемой литературы:

1. Ланцов, В.Н. Состояние в области методов моделирования нелинейных ВЧ электронных устройств связи (обзор). Часть 1, 2 // Проектирование и технология электронных средств.–2012; 2013. –№ 4; № 1. – С. 2–11; 16–23.

2. Ланцов, В.Н, Папулина, А.П. Новый алгоритм решения уравнений гармонического баланса // «САПР и моделирование в современной электронике», международная научно-практическая конференция (3; 2019; Брянск).– Брянск: БГТУ, тип. «Карат», 2019. –346 с.

3. Ланцов, В.Н. Методы понижения порядка моделей сложных электронных схем (обзор) // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. – 2012. – № 3.

4. Gad E., Khazaka R., Nakhla M.S., Griffith R. A circuit reduction technique for finding the steady-state solution of nonlinear circuits // IEEE Trans. Microwave Theory & Techn., 2000, v. 48, No. 12, p. 2389 – 2396.